

Lineární rovnice a jejich užití

Rovnost

- k jejímu zápisu používáme rovnítko (=)

- vlevo od něj píšeme **levou stranu (L)** a vpravo **pravou stranu (P)**

$$L = P$$

Například:

- Rovnost $a = b$ vyjadřuje, že proměnné a , b nahrazují stejná čísla,
např. $a = 0,5$; $b = \frac{1}{2}$ $0,5 = \frac{1}{2}$
- Zápis $49 + 5 = 61 - 7$, je rovnost dvou číselných výrazů stejné hodnoty (= 54)
- Zápis $(y - 1) \cdot 2 = 2y - 2$, představuje rovnost dvou výrazů s proměnnou y

Lineární rovnice

Rovnice je zápis rovnosti dvou výrazů, ve kterém máme najít neznámé číslo (neznámou) tak, aby po jeho dosazení za proměnnou daná rovnost platila.

Existuje-li takové číslo, nazývá se **řešení** nebo také **kořen rovnice**.

Lineární rovnice je taková rovnice, která má ve svém „základním“ tvaru neznámou pouze v prvním stupni ($x^1 = x$)

Příklady rovnic:

$$7x - 5 = 2x + 25$$

$$8(3x - 2) - 9x = 5(4 + 3x) + 12x$$

Jednoduchý příklad:


$$\cancel{4x} + 2 = 6 \quad \longrightarrow \quad 6 = 6$$

Nyní hledáme takové číslo, které můžeme dosadit do našeho příkladu za proměnnou, aby nastala rovnost ...

*Vypadá to jednoduše! Ale ... nás čekají daleko složitější = zábavnější rovnice a při jejich řešení nám musí pomoci takzvané **ekvivalentní úpravy**.*

Ale než si něco povíme k ekvivalentním úpravám, podíváme se na kontrolu řešení (výpočtu) – zkoušku, kterou provádíme, jestliže najdeme kořen (řešení) rovnice.

Kontrola řešení (výpočtu) – zkouška

*Kořen rovnice jsme určili ..., po jeho dosazení za neznámou do levé i pravé strany zadání rovnice zjistíme, zda nastane rovnost. **Říkáme, že provádíme zkoušku.***

Příklad: Řešením rovnice $5x - 7 = 4x + 3$ je $x=10$.

(V tuto chvíli není podstatné, jak jsme na to přišli.)

Naučíme se provádět zkoušku.

Zkoušku provádíme do řádku!

$$\text{Zk: } L = 5x - 7 = 5 \cdot 10 - 7 = 50 - 7 = 43$$

$$P = 4x + 3 = 4 \cdot 10 + 3 = 40 + 3 = 43$$

$$L = P$$

Ekvivalentní úpravy rovnic

Ekvivalentní = rovnocenný, stejný, se stejným účinkem, se stejnou platností.

Ekvivalentní úprava je úprava, při které rovnice původní i upravená rovnice mají stejné **kořeny (řešení)**.

Jinak řečeno → Změní se matematický zápis rovnice, nikoli však rovnost stran a řešení.

1. ekvivalentní úprava

= přidáváme (přičítáme) nebo ubíráme (odečítáme) stejná čísla nebo výrazy od obou stran rovnice.

Jestliže k oběma stranám rovnice přičteme (nebo odečteme) stejné číslo (výraz – jednočlen, mnohočlen), kořen rovnice se nezmění

$$x + 4 = 12 \quad / -4$$

$15 = y - 5 \quad / +5$ Zvolenou ekvivalentní úpravu
poznáme vedle zápisu

A jdeme na řešení rovnic, kde 1. ekvivalentní úpravy využijeme:

1. způsob - zapisuji prováděnou úpravu - odčítání od obou stran rovnice za lomenu čáru vpravo

$$x + 4 = 12 \quad / -4 \quad \text{A jak uvažuji: aha, hledám } \underline{x} \text{ a ta } \underline{4} \text{ mě tam vadí ..}$$

$$x + 4 - 4 = 12 - 4$$

$$x = 8$$

2. způsob – zkrácená forma zápisu řešení = dané úpravy (= přičítání nebo odčítání) nezapisuji za lomenu čáru vpravo

$$x + 4 = 12 \quad \dots \text{ jen si řeknu, převádím-li číslo (neznámou)}$$

$$x = 12 - 4 \quad \text{z jedné strany rovnice na druhou, změním}$$

$$x = 8 \quad \text{její znaménko v opačné}$$

$$\text{Zk: } L = x + 4 = 8 + 4 = 12$$

$$P = 12 \quad L = P$$

Způsob zápisu si můžete vybrat podle sebe - 1. ekvivalentní úpravu = přičítání (odčítání) k oběma stranám (od obou stran) rovnice, po Vás vyžadovat nebudou.

Ale POZOR!!!

Rovnička při řešení budete mít stále pod sebou! A jestliže vypočítáte řešení = kořen rovnice, provádíte zkoušku!!!

1. způsob:

$$17 = y - 5$$

$$17 = y - 5 \quad /+5$$

$$17 + 5 = y - 5 \quad +5$$

$$22 = y$$

2. způsob:

$$17 = y - 5$$

$$17 + 5 = y$$

$$22 = y$$

$$\text{Zk: } L = 17$$

$$P = y - 5 = 22 - 5 = 17 \quad L = P$$

A jdeme na další příklady: - zkuste si je klidně vyřešit nejprve sami

Příklad č. 1:

$$x - 9 = 11 \quad /+9$$

$$x - 9 + 9 = 11 + 9$$

$$x = 20$$

$$\text{Zk: } L = x - 9 = 20 - 9 = 11$$

$$P = 11 \quad L = P$$

NEBO:

$$x - 9 = 11$$

$$x = 11 + 9$$

$$x = 20$$

Příklad č. 2:

$$6 = y + 5 \quad /-5$$

$$6 - 5 = y + 5 - 5$$

$$1 = y$$

NEBO:

$$6 = y + 5$$

$$6 - 5 = y$$

$$1 = y$$

$$\text{Zk: } L = 6$$

$$P = y + 5 = 1 + 5 = 6 \quad L = P$$

Příklad č. 3:

$$5x - 7 = 4x + 3 \quad /+ 7$$

$$5x - 7 + 7 = 4x + 3 + 7$$

$$5x = 4x + 10 \quad /- 4x$$

$$5x - 4x = 4x + 10 - 4x$$

$$x = 10$$

$$\text{Zk: } L = 5x - 7 = 5 \cdot 10 - 7 = 50 - 7 = 43$$

$$P = 4x + 3 = 4 \cdot 10 + 3 = 40 + 3 = 43 \quad L = P$$

NEBO:

$$5x - 7 = 4x + 3$$

$$5x - 4x = 3 + 7$$

$$x = 10$$

Příklad č. 4:

$$-3 + x = 1 \quad /+ 3$$

$$-3 + 3 + x = 1 + 3$$

$$x = 4$$

$$\text{Zk: } L = -3 + x = -3 + 4 = 1$$

$$P = 1 \quad L = P$$

NEBO:

$$-3 + x = 1$$

$$x = 1 + 3$$

$$x = 4$$

Příklad č. 5:

$$0 = 3 + a \quad /- 3$$

$$0 - 3 = 3 - 3 + a$$

$$-3 = a$$

$$\text{Zk: } L = 0$$

$$P = 3 + a = 3 + (-3) = 3 - 3 = 0$$

$$L = P$$

NEBO:

$$0 = 3 + a$$

$$-3 = a$$

$$\begin{aligned} -4u + 8 &= 10 - 5u \quad /+ 5u \\ -4u + 8 + 5u &= 10 - 5u + 5u \\ u + 8 &= 10 \quad /- 8 \\ u + 8 - 8 &= 10 - 8 \\ u &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Zk: } L = -4u + 8 = -4 \cdot 2 + 8 = -8 + 8 = 0$$

$$P = 10 - 5u = 10 - 5 \cdot 2 = 10 - 10 = 0$$

$$L = P$$